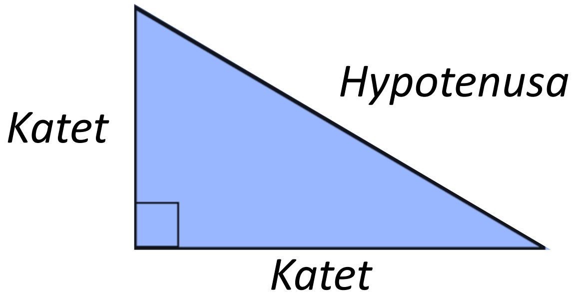
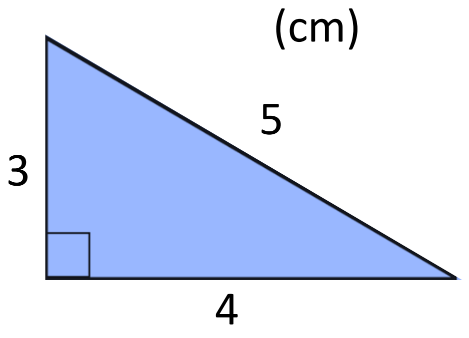
Pythagoras sats

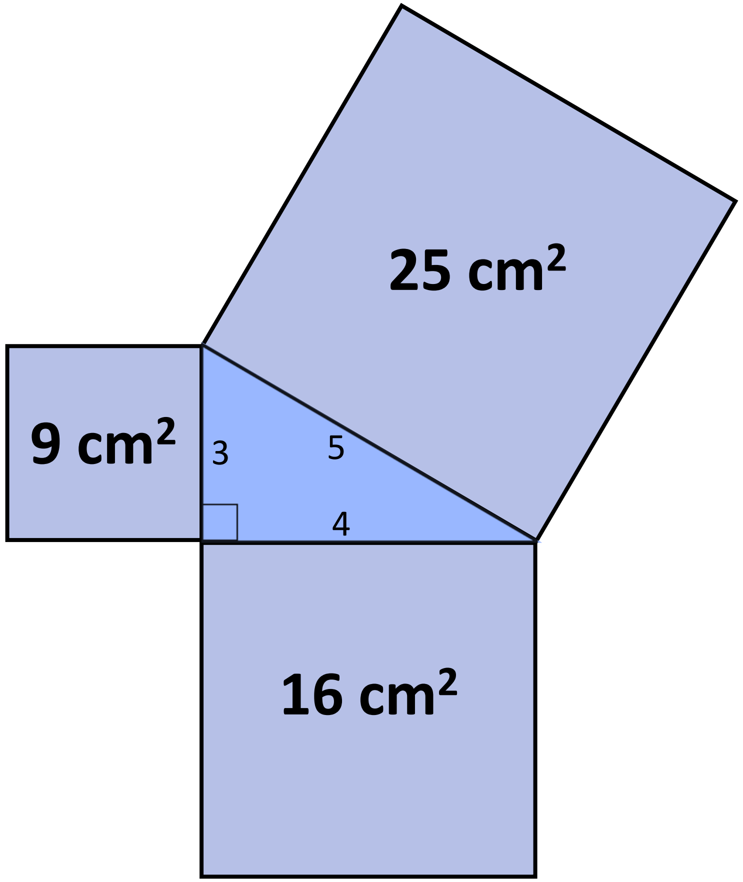
De olika sidorna i en *rätvinklig triangel* kallas *kateter* och *hypotenusa*.
De båda kateterna är vinkelben till den räta vinkeln.



I den här triangeln är kateterna 3 cm och 4 cm långa.
Hypotenusan är 5 cm lång.



Om man ritar ut kvadrater vid varje sida i triangeln ser det ut så här:



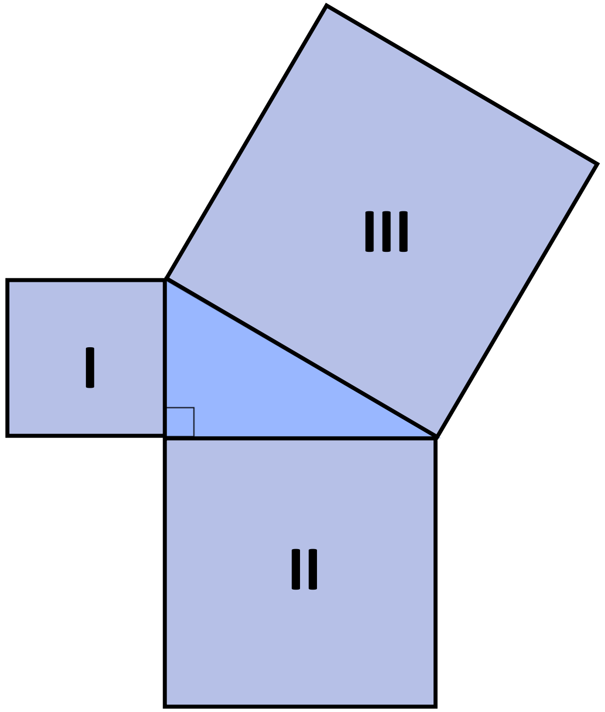
De olika kvadraternas areor är:

De två mindre kvadraterna har sammanlagt samma area som den stora kvadraten:

$$\boxed{9\ \text{cm}^2 + 16\ \text{cm}^2 = 25\ \text{cm}^2}$$

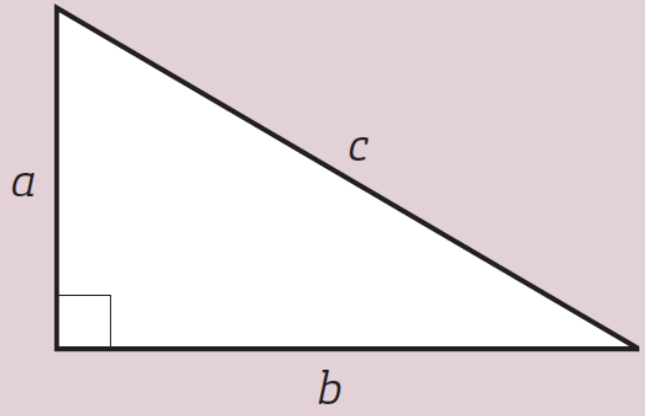
För ungefär 2 500 år sedan bevisade den grekiske matematikern Pythagoras att för **alla rätvinkliga trianglar** gäller det att den sammanlagda **arean av kvadrat I och II är lika med arean av kvadrat III**.

Detta kallas *Pythagoras sats*



Om vi betecknar längderna av kateterna för *a* och *b* samt hypotenusans längd för *c* kan vi skriva Pythagoras sats så här:

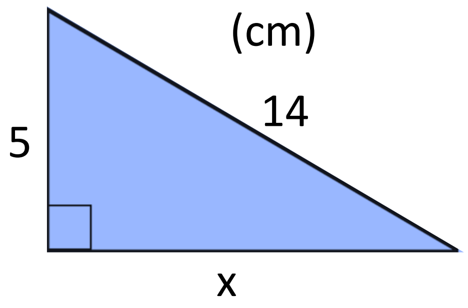
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Exempel I den rätvinkliga triangeln *ABC* är hypotenusan 14 cm och en av kateterna 5 cm.
Hur lång är den andra kateten? Avrunda till tiondels centimeter.

Vi börjar med att rita en figur

Antag i figuren att den okända kateten är *x.*



$a^2 + b^2 = c^2$

Vi skriver Pythagoras sats.

$5^2 + x^2 = 14^2$

$25 + x^2 = 196$

$25 - 25 + x^2 = 196 - 25$

$x^2 = 171$

$x = \sqrt{171}$

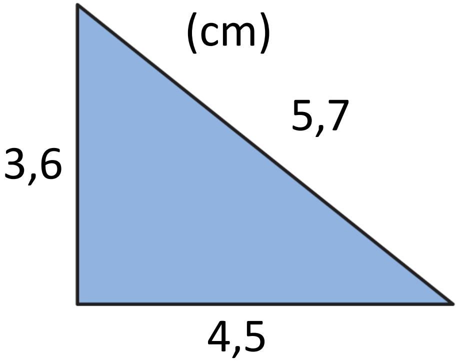
$x = 13{,}076...$

$x \approx 13{,}1$

Även $x = -\sqrt{171}$ är en lösning till ekvationen eftersom $(-\sqrt{171})^2 = 171$. Men längden av en sträcka kan inte vara negativ, så vi tar inte med den.

<u>Svar</u>: Den andra kateten är 13,1 cm.

Exempel Är den här triangeln rätvinklig?



Vi skriver Pythagoras sats.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Eftersom Pythagoras sats bara gäller rätvinkliga trianglar prövar vi om sambandet stämmer för sidorna i triangeln.

$$3{,}6^2 + 4{,}5^2 = \quad 12{,}96 + 20{,}25 = \quad 33{,}21$$

$$\sqrt{33{,}21} = 5{,}762\ldots$$

$$5{,}762\ldots \neq 5{,}7$$

Svar: Triangeln är inte rätvinklig.