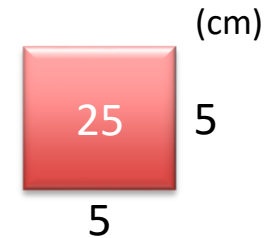


Z 1.7

Kvadrater och kvadratrötter

Kvadrat och kvadratroten

Om man multiplicerar talet 5 med sig själv, det vill säga $5 \cdot 5$, så säger man att man *kvadrerar* talet 5.



Man brukar säga att
"5 i kvadrat är 25".

$$5^2 = 25$$

Om man vet att en kvadrat har arean 25 cm^2 kan man räkna ut att kvadratens sida är 5 cm.

$$\sqrt{25} = 5$$

Man säger att *kvadratroten ur* 25 är 5.

Man kan kortare säga att *roten ur* 25 är 5.

Motsatsen till

- *addition* är *subtraktion*.
- *multiplikation* är *division*.
- *kvadraten* är *roten ur*.

Räkna med kvadratrötter

Vad är $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$?

$$\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = \mathbf{6}$$

$$\sqrt{36} = \mathbf{6}$$

$$6^2 = 36$$
$$\sqrt{36} = 6$$

Alltså är $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{36}$

och $\sqrt{36} = \sqrt{9 \cdot 4}$

Vilket ger att $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9 \cdot 4}$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Exempel $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{50 \cdot 2} = \sqrt{100} = 10$

Vad är $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$?

$$\sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{25} = 5$$

$$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = \mathbf{2}$$

$$\sqrt{4} = \mathbf{2}$$

Alltså är $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \sqrt{4}$ och $\sqrt{4} = \sqrt{\frac{100}{25}}$

Vilket ger att $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}}$

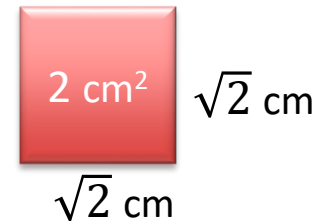
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exempel $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

Närmevärden till kvadratrötter

Den här kvadraten har arean 2 cm^2 .

Kvadratens sida är då $\sqrt{2} \text{ cm}$.



$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2$$

Men hur skriver vi då $\sqrt{2} \text{ cm}$ som ett vanligt tal?

Vi provar oss fram:

$$1,2 \cdot 1,2 = 1,44 \quad \text{För litet}$$

$$1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \quad \text{För mycket}$$

$$1,4 \cdot 1,4 = 1,96 \quad \text{Ganska nära}$$

$$1,41 \cdot 1,41 = 1,9881 \quad \text{Mycket nära}$$

Vi kan fortsätta pröva oss fram, men vi kommer aldrig få fram ett exakt svar. $\sqrt{2}$ är ett *irrationellt* tal med oändligt antal decimaler som inte är periodiska.

Med miniräknare får vi: $\sqrt{2} = 1,1414213562\dots$

Exempel Beräkna med huvudräkning.

a) $\sqrt{25}$

a) $\sqrt{25} = 5$

b) $\sqrt{0,64}$

b) $\sqrt{0,64} = 0,8$

c) $\sqrt{16} + \sqrt{81}$

c) $\sqrt{16} + \sqrt{81} = 4 + 9 = 13$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{200}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 200} = \sqrt{400} = 20$

e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$

f) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$

f) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$

g) $\sqrt{100} - \sqrt{144}$

g) $\sqrt{100} - \sqrt{144} = 10 - 12 = -2$

Exempel Beräkna med huvudräkning.

a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9}$

a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{9 \cdot 9} = \sqrt{81} = 9$

b) $(\sqrt{11})^2$

b) $(\sqrt{11})^2 = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 11$

c) $(3\sqrt{3})^2$

c) $(3\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = \underline{3 \cdot 3} \cdot \underline{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 9 \cdot 3 = 27$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10} = \sqrt{100} = 10$

e) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$

e) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

f) $\sqrt{\frac{36}{81}}$

f) $\sqrt{\frac{36}{81}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}} = \frac{6}{9} = \frac{6/3}{9/3} = \frac{2}{3}$

g) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

g) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\overset{1}{\sqrt{\cancel{3}}} \cdot \sqrt{3}}{\underset{1}{\sqrt{\cancel{3}}}} = \sqrt{3}$

Exempel



Beräkna och avrunda till hundra delar.

a) $7\sqrt{11} - \sqrt{20} = 18,744... \approx 18,74$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = 4,214... \approx 4,21$

Slå så här på miniräknaren:

Nyare variant:

7 x √ 11 - √ 20 =

2 x √ 3 ÷ (√ 5 - √ 2) =

Äldre variant/mobil:

7 x 11 √ - 20 √ =

2 x 3 √ ÷ (5 √ - 2 √) =