

Z 1.3

Räkna med negativa tal

Motsatta tal

Talen **5** och **(-5)** och talen **13** och **(-13)** är *motsatta tal*.

Om man **adderar** två motsatta tal så är **summan 0**.

$$a + (-a) = 0$$

Addition med negativa tal

Hur mycket är $15 + (-5)$?

Vi ersätter 15 med $10 + 5$ och utnyttjar sen att summan av de motsatta talen **5** och **(-5)** är 0.

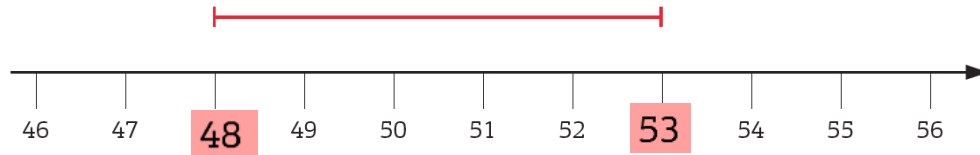
$$15 + (-5) = 10 + \underbrace{5 + (-5)}_0 = 10 + 0 = \mathbf{10}$$
$$15 - 5 = \mathbf{10}$$

En addition med ett negativt tal ger alltså samma resultat som en subtraktion av det motsatta talet.

$$a + (-b) = a - b$$

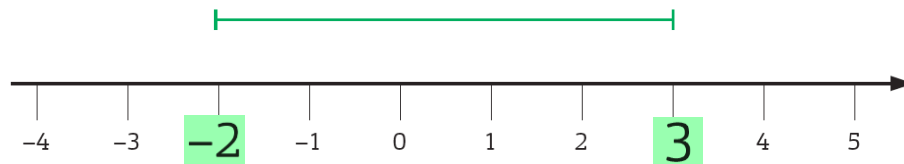
Subtraktion med negativa tal

Den röda sträckan har längden 5 cm.



Längden kan beräknas genom subtraktionen $(53 - 48)$ cm.

Även den gröna sträckan är 5 cm.



Längden kan beräknas genom subtraktionen $[3 - (-2)]$ cm.

En subtraktion av ett negativt tal ger samma resultat som en addition av det motsatta talet.

$$a - (-b) = a + b$$

Multiplikation med negativa tal

En multiplikation med **positiva** tal kan skrivas som en addition:

$$3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 = 6$$


Även en multiplikation med **negativa** tal kan skrivas som en addition:

$$3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$$

Men vad händer om båda faktorerna är negativa tal? Vad är $(-3) \cdot (-2)$?

$$(-3) \cdot 0 = 0 \quad 0 = 2 + (-2)$$


Summan av två motsatta tal = 0.

$$(-3) \cdot [2 + (-2)] = 0$$


$$(-3) \cdot 2 + (-3) \cdot (-2) = 0$$

$$\underbrace{(-3) \cdot 2}_{-6} + \underbrace{(-3) \cdot (-2)}_6 = 0$$

$$-6 + ? = 0 \quad ? = 6$$

$$(-3) \cdot (-2) = 6$$

$$a \cdot (-b) = -ab$$

Produkten av ett positivt och ett negativt tal är negativ.

$$(-a) \cdot b = -ab$$

Produkten av ett negativt och ett positivt tal är negativ.

$$(-a) \cdot (-b) = ab$$

Produkten av två negativa tal är positiv.

Multiplikation med flera negativa faktorer

$$\underbrace{2 \cdot 2}_4 \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_4 = 4 \cdot 4 = 16$$

0 negativa faktorer

$$\underbrace{(-2) \cdot 2}_{(-4)} \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_4 = (-4) \cdot 4 = -16$$

1 negativ faktor

$$\underbrace{(-2) \cdot (-2)}_4 \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_4 = 4 \cdot 4 = 16$$

2 negativa faktorer

$$\underbrace{(-2) \cdot (-2)}_4 \cdot \underbrace{(-2) \cdot 2}_{(-4)} = 4 \cdot (-4) = -16$$

3 negativa faktorer

Produkten växlar mellan **16** och **-16**.

Antalet negativa faktorer avgör om produkten blir negativ.

Om det är ett udda antal negativa faktorer så är produkten negativ.

Om det är ett jämnt antal negativa faktorer så är produkten positiv.

Potenser med negativ bas

Om **basen** i en potens är ett **negativt tal** så är det **exponenten** som avgör om potensen är positiv eller negativ.

$$(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$(-1)^3 = \underbrace{(-1) \cdot (-1)}_1 \cdot (-1) = -1$$

$$(-1)^4 = \underbrace{(-1) \cdot (-1)}_1 \cdot \underbrace{(-1) \cdot (-1)}_1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underbrace{(-1) \cdot (-1)}_1 \cdot \underbrace{(-1) \cdot (-1)}_1 \cdot (-1) = -1$$

Om basen i en potens är ett negativt tal så är potensens värde:

- positivt om exponenten är ett jämnt tal
- negativt om exponenten är ett udda tal

Division med negativa tal

Vi använder oss av att division är omvänd multiplikation.

$$\frac{10}{2} = 5 \quad \text{eftersom} \quad 2 \cdot 5 = 10$$

$$\frac{-10}{2} = -5 \quad \text{eftersom} \quad 2 \cdot (-5) = -10$$

$$\frac{10}{-2} = -5 \quad \text{eftersom} \quad (-2) \cdot (-5) = 10$$

$$\frac{-10}{-2} = 5 \quad \text{eftersom} \quad (-2) \cdot 5 = -10$$

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

Kvoten av ett negativt och ett positivt tal är negativ.

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Kvoten av ett positivt och ett negativt tal är negativ.

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Kvoten av två negativa tal är positiv.

Exempel

a) $6 - (-2)$

$$6 - (-2) = 6 + 2 = 8$$

b) $(-6) + (-2)$

$$(-6) + (-2) = -6 - 2 = -8$$

c) $(-6) \cdot 2$

$$(-6) \cdot 2 = -12$$

d) $\frac{6}{-2}$

$$\frac{6}{-2} = -3$$

e) $(-6)^2$

$$(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$$