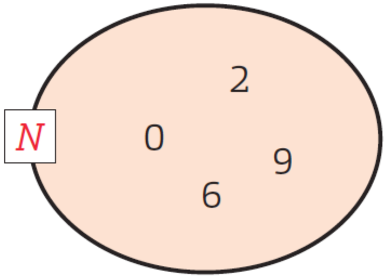
Z 1.1 Tal och beräkningar

Naturliga tal

De *naturliga talen* (**N**) består av talet 0 och de positiva heltalen.

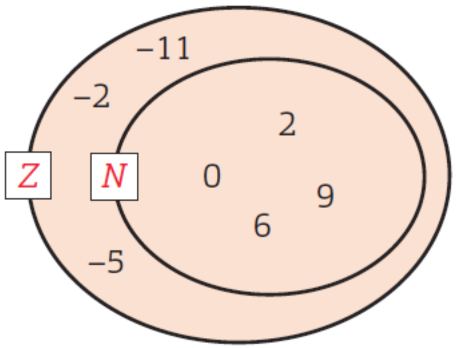
N = [0, 1, 2, 3, …]

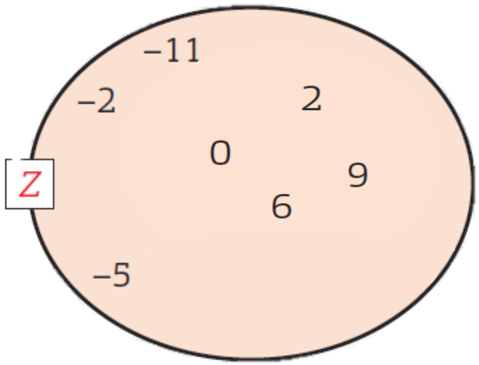


Hela tal

I de *hela talen* (**Z**) ingår de naturliga talen och de negativa hela talen.

Z = […–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3…]





Rationella tal

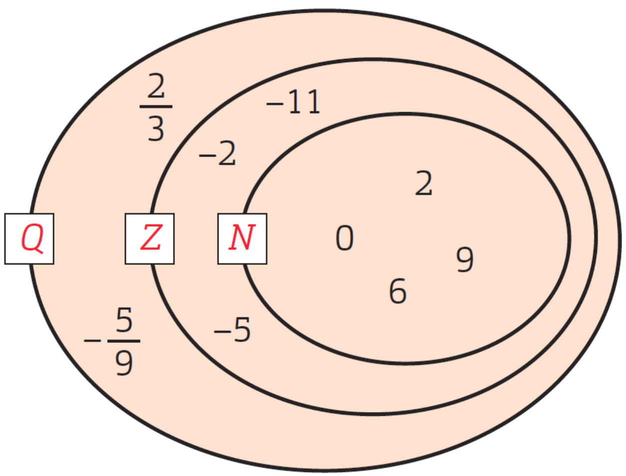
Ett *rationellt tal* (**Q**) är ett tal som kan skrivas som bråk med heltal i täljare och nämnare – ett tal i *bråkform*.

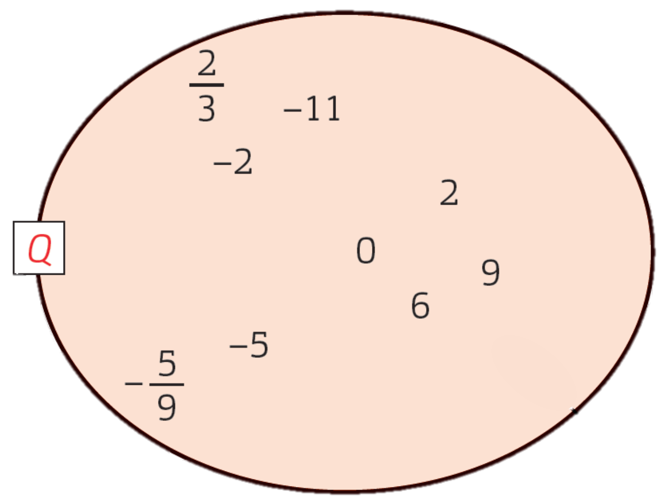
Q : $\frac{2}{3}$ och $-\frac{5}{9}$

$17\ \% = \frac{17}{100}$

$0{,}4 = \frac{4}{10}$

$3 = \frac{3}{1}$ och $-5 = -\frac{5}{1}$





Ändlig decimalutveckling

Alla rationella tal kan skrivas i decimalform genom att *täljaren* divideras med *nämnaren*.

Vissa rationella tal har en *ändlig decimalutveckling*. Om man skriver dem i decimalform så blir det ett begränsat antal decimaler.

Ex: $\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\frac{47}{32} = 1{,}468\ 75$

Oändlig decimalutveckling

När man dividerar täljaren med nämnaren hos vissa rationella tal, tar decimalerna aldrig slut.

Om man ser att samma decimaler kommer tillbaka med regelbundenhet i *perioder* har kvoten *periodisk decimalutveckling*.

Rationellt tal	*Period*
$\frac{1}{3} = 0{,}333\,333\ldots$	3
$\frac{41}{333} = 0{,}123\,123\,123\ldots$	123

Irrationella tal

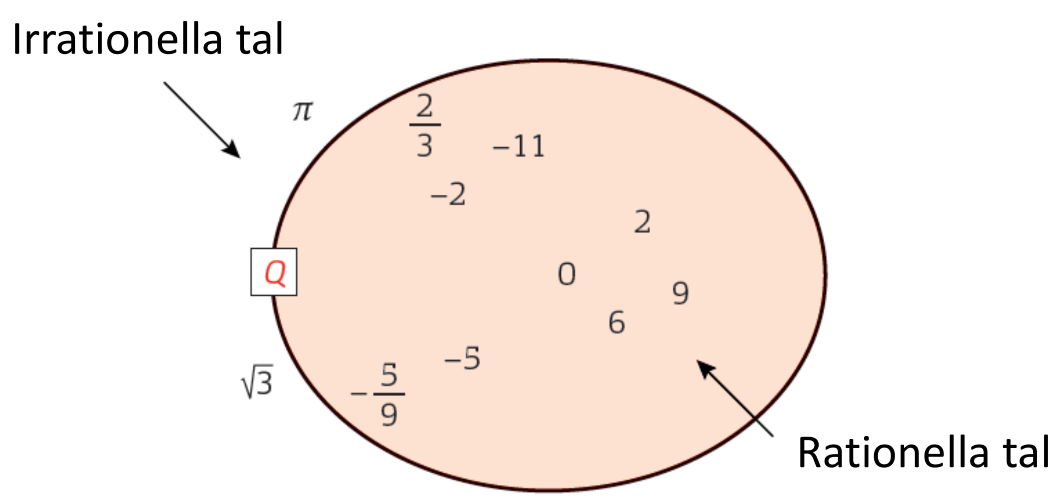
Det finns tal som **inte** kan skrivas som kvoten av två heltal.

Sådana tal kallas för *irrationella tal,* t ex π (pi):

$\boxed{\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 234\ 626\ 433\ 832\ 795\ldots}$

Hos irrationella tal är decimalutvecklingen oändlig men inte periodisk.

Ex = [... π, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{2}$, e^2 ...]



Reella tal

De rationella talen och de irrationella talen bildar tillsammans de *reella talen* (**R**).

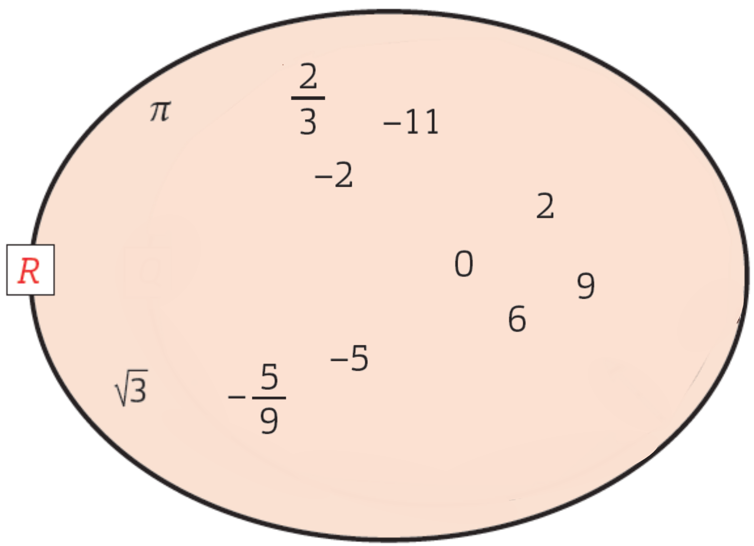
Sammanfattningsvis kan vi säga att……

…….de naturliga talen (**N**)….

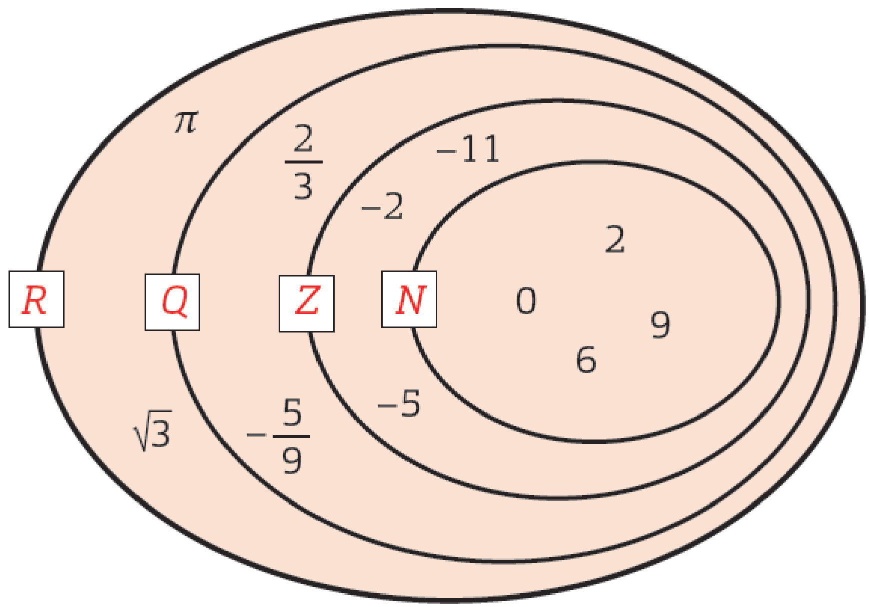
…….är en del av de hela talen (**Z**)……..

……. som i sin tur är en del av de rationella talen (**Q**)…..

………som tillsammans med de *irrationella talen* bildar de **reella talen** (**R**).



Reella talen



R
Q
Z
N
π
$\frac{2}{3}$
-11
-2
2
0
9
6
-5
$\sqrt{3}$
$-\frac{5}{9}$

Potenser

Vad är en potens?

En potens visar hur många gånger ett tal multipliceras med sig själv.

Till exempel: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

Potens 3^5 *Exponent*

Bas

Tiopotenser och grundpotensform

En *tiopotens* är en potens med basen 10.

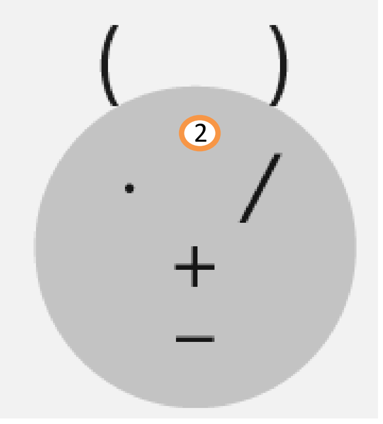
Till exempel: $1\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

När ett tal är skrivet i *grundpotensform* är det skrivet som ett tal mellan 1 och 10 multiplicerat med en tiopotens.

Utan tiopotens	*I grundpotensform*
75 000	$7{,}5 \cdot 10^4$
9 110 000	$9{,}11 \cdot 10^6$

Prioriteringsreglerna

När ett *numeriskt uttryck* innehåller både potenser och olika räknesätt så är det viktigt att beräkningarna görs i rätt ordning.



Prioriteringsregler:

1. Parentes
2. Potenser
3. Multiplikation och division
4. Addition och subtraktion

Exempel

a) $15 - 5 \cdot 0{,}6$

$15 - 5 \cdot 0{,}6 = \quad 15 - 3 = \quad 12$

b) $\dfrac{2{,}8}{0{,}04}$

$\dfrac{2{,}8}{0{,}04} = \dfrac{2{,}8 \cdot 100}{0{,}04 \cdot 100} = \dfrac{280}{4} = 7$

c) $(2 + 8) \cdot 32$

$(2 + 8) \cdot 32 = \quad 10 \cdot 32 = \quad 320$

Exempel

a) Skriv talet 345 000 i grundpotensform.

Svar: $3{,}45 \cdot 10^5$

b) Skriv talet $8{,}2 \cdot 10^4$ utan tiopotens.

Svar: 82 000

Exempel

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$0{,}1^3 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}001$$

Uttryck	**Mellanled**	**Svar**
$3^2 \cdot 10 + 3$	$9 \cdot 10 + 3 = 90 + 3$	93
$8 + 2^3 / 4$	$8 + 8 / 4 = 8 + 2$	10
$(4 + 3)^2 - 5$	$7^2 - 5 = 49 - 5$	44
$\dfrac{2^3 \cdot 6}{1^4 + 3^2}$	$\dfrac{8 \cdot 6}{1 + 9} = \dfrac{48}{10}$	4,8